

Extensions de corps - TD 7

1. Soit K/F et $a, b \in K$. Montrer que $F(a, b) = F(a)(b) = F(b)(a)$.
2. Décrire $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$.
3. Décrire $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$.
4. Décrire $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$.
5. Décrire $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}, \sqrt{3})$.
6. Montrer que $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3}) = \mathbb{Q}(\sqrt{2} + \sqrt{3})$. Dédurre que $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ est une extension simple de \mathbb{Q} .
7. Soit K/F et $c_1, c_2, \dots, c_n \in K$. Si c_1, c_2, \dots, c_n sont des éléments algébriques sur F , alors $F(c_1, c_2, \dots, c_n)/F$ est finie et $F[c_1, c_2, \dots, c_n] = F(c_1, c_2, \dots, c_n)$.
8. Montrer que \mathbb{C} n'a pas d'extension algébrique.