Université de Versailles - Saint Quentin **Année 2012/2013**
M2 Algèbre Appliquée **Semestre 1. Période 1**

Courbes algébriques - TD 6

Soit k un corps algébriquement clos.

1. Soient $V = V(X^2 - Y^3, Y^2 - Z^3) \subset \mathbb{A}^3_k$ et $P = (0,0,0) \in V$. Calculer $\dim_k(\mathfrak{m}_P/\mathfrak{m}_P^2)$.

2. Montrer que $V(X^2 - Y, Y^2 - Z) \subset \mathbb{A}^3_k$ est une courbe lisse de 4 façons.

3. Soient C une courbe de $\mathbb{A}^2_k$ et $P \in C$. Montrer que :

(a) $C = V(F)$ pour un certain $F \in k[X,Y]$ irréductible ;

(b) P est un point régulier si et seulement si $\dim_k(\mathfrak{m}_P/\mathfrak{m}_P^2) = 1$;

(c) P est un point singulier si et seulement si $\dim_k(\mathfrak{m}_P/\mathfrak{m}_P^2) = 2$.