

Θεμέλια Άλγεβρας και Γεωμετρίας

Συνεπαγωγές και ποσοδείκτες

Άσκηση 1: επιμεριστικές ιδιότητες

$$P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$$

$$P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$

P	Q	R	$Q \vee R$	$P \wedge Q$	$P \wedge R$	$(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$	$P \wedge (Q \vee R)$
A	A	A	A	A	A	A	A
A	A	Ψ	A	A	Ψ	A	A
A	Ψ	A	A	Ψ	A	A	A
A	Ψ	Ψ	Ψ	Ψ	Ψ	Ψ	Ψ
Ψ	A	A	A	Ψ	Ψ	Ψ	Ψ
Ψ	A	Ψ	A	Ψ	Ψ	Ψ	Ψ
Ψ	Ψ	A	A	Ψ	Ψ	Ψ	Ψ
Ψ	Ψ	Ψ	Ψ	Ψ	Ψ	Ψ	Ψ

Άσκηση 2: η συνεπαγωγή

$$P \Rightarrow Q \equiv (\neg P) \vee Q$$

$$\neg(P \Rightarrow Q) \equiv P \wedge \neg Q$$

P	$\neg P$	Q	$\neg Q$	$P \Rightarrow Q$	$(\neg P) \vee Q$
A	Ψ	A	Ψ	A	A
A	Ψ	Ψ	A	Ψ	Ψ
Ψ	A	A	Ψ	A	A
Ψ	A	Ψ	A	A	A

Συνεπαγωγή (συνέχεια)

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$ αντίστροφη	$\neg p \Rightarrow \neg q$ αντίθετη	$\neg q \Rightarrow \neg p$ αντιθετοαντίστροφη
A	A	A	A	A	A
A	Ψ	Ψ	A	A	Ψ
Ψ	A	A	Ψ	Ψ	A
Ψ	Ψ	A	A	A	A

Παρατήρηση. Αν είχαμε $p = \Psi$, $q = \Psi$ και $p \Rightarrow q$ ψευδές, θα είχαμε $\neg q \Rightarrow \neg p$, αλλά $p \not\Rightarrow q$.

Το πρόβλημα των καρτών (Wason)

Τέσσερις κάρτες έχουν γράμμα στη μία όψη και αριθμό στην άλλη.
Βλέπουμε:



Κανόνας: «Αν μια κάρτα έχει φωνήεν, τότε η άλλη της όψη έχει άρτιο αριθμό».

Ποιες δύο κάρτες πρέπει να γυρίσουμε για να ελέγξουμε τον κανόνα;

Η σωστή απάντηση είναι E και 7 . Η συνεπαγωγή $p \Rightarrow q$ είναι ψευδής μόνο όταν το p είναι αληθές και το q ψευδές. Η κάρτα E (p αληθές) πρέπει να ελεγχθεί για q , και η κάρτα 7 ($\neg q$) για p . Οι κάρτες K ($\neg p$) και 4 (q) δεν μπορούν να διαψεύσουν τον κανόνα. Ο έλεγχος της 7 είναι ακριβώς η αντιθετοαντίστροφη $\neg q \Rightarrow \neg p$.

Γρίφοι του *Raymond Smullyan* (*Knights and Knaves*)

Σε ένα νησί, οι ιππότες λένε πάντα αλήθεια και οι απατεώνες λένε πάντα ψέματα. Ο A λέει: «Και οι δύο μας είμαστε απατεώνες.» Τι είναι ο A και τι ο B ;

Έστω a : «ο A είναι ιππότης» και b : «ο B είναι ιππότης». Ο ισχυρισμός του A είναι αληθής αν και μόνο αν ο A είναι ιππότης:

$$a \Leftrightarrow (\neg a \wedge \neg b).$$

Αν το a ήταν αληθές, το δεξί μέλος θα ήταν ψευδές, και η ισοδυναμία θα ήταν ψευδής. Άρα το a είναι ψευδές, δηλαδή ο A είναι απατεώνας. Τότε το δεξί μέλος πρέπει να είναι ψευδές, άρα $\neg b$ ψευδές, δηλαδή ο B είναι ιππότης.

« p αν και μόνο αν q ». Συμβολισμός: $p \Leftrightarrow q$.

Ισοδύναμες εκφράσεις:

- Η p είναι ικανή και αναγκαία συνθήκη για την q .
- Οι p και q είναι ισοδύναμες.

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
A	A	A	A
A	Ψ	Ψ	Ψ
Ψ	A	Ψ	Ψ
Ψ	Ψ	A	A

p : Ο ακέραιος x ικανοποιεί $x \geq 0$.

q : Ο ακέραιος x ικανοποιεί $|x| = x$.

$p \Leftrightarrow q$: Για τον ακέραιο x έχουμε $x \geq 0$ αν και μόνο αν $|x| = x$.

$\neg(p \Leftrightarrow q)$: Για τον ακέραιο x έχουμε $x \geq 0$ και $|x| \neq x$, ή $x < 0$ και $|x| = x$.

Δύο συμπεράσματα για την ισοδυναμία

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
A	A	A	A
A	Ψ	Ψ	Ψ
Ψ	A	Ψ	Ψ
Ψ	Ψ	A	A

Συμπέρασμα 1: $(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$.

Συμπέρασμα 2: $(p \Leftrightarrow q) \equiv (\neg p \Leftrightarrow \neg q)$.

$$\begin{aligned}\neg(p \Leftrightarrow q) &\equiv \neg((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)) \\ &\equiv \neg(p \wedge q) \wedge \neg(\neg p \wedge \neg q) \\ &\equiv (\neg p \vee \neg q) \wedge (p \vee q) \\ &\equiv (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q) \quad \textcircled{1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\neg(p \Leftrightarrow q) &\equiv \neg((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)) \\ &\equiv \neg(p \Rightarrow q) \vee \neg(q \Rightarrow p) \\ &\equiv (p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p) \quad \textcircled{2}\end{aligned}$$

Ορισμός.

- Μια πρόταση ονομάζεται ταυτολογία αν είναι πάντα αληθής.
- Μια πρόταση ονομάζεται αντίφαση αν είναι πάντα ψευδής.

Παραδείγματα.

- $P \wedge \neg P$: αντίφαση.
- Είμαι καλός χριστιανός και σκοτώνω κόσμο: αντίφαση.
- $P \vee \neg P$: ταυτολογία.
- Αύριο θα ξυπνήσω ή δε θα ξυπνήσω: ταυτολογία.
- $(P \Rightarrow Q) \vee (Q \Rightarrow P)$: ταυτολογία.
- Το ότι είμαι μαθηματικός συνεπάγεται ότι βρέχει, ή το ότι βρέχει συνεπάγεται ότι είμαι μαθηματικός: ταυτολογία.
- Αν $x = 2$, τότε ο $\sqrt{x}$ είναι άρρητος: ταυτολογία.
- Αν $x = 2$, τότε $x^2 > 10$: αντίφαση.

Ταυτολογίες και αντιφάσεις (συνέχεια)

Αν T είναι μια ταυτολογία και C μια αντίφαση, τότε:

$$T \wedge P \equiv P, \quad T \vee P \equiv T, \quad C \wedge P \equiv C, \quad C \vee P \equiv P.$$

Θα δείξουμε ότι οι ① και ② της προηγούμενης σελίδας είναι ισοδύναμες εκφράσεις:

$$\begin{aligned}(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q) &\equiv ((p \vee q) \wedge \neg p) \vee ((p \vee q) \wedge \neg q) \\ &\equiv ((p \wedge \neg p) \vee (q \wedge \neg p)) \vee ((p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg q)) \\ &\equiv (q \wedge \neg p) \vee (p \wedge \neg q)\end{aligned}$$

αφού οι $(p \wedge \neg p)$ και $(q \wedge \neg q)$ είναι αντιφάσεις.

Μεταβατικότητα:

$$((P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$$

(Άσκηση: με πίνακα αλήθειας 8 γραμμών.)

Νόμος του Peirce:

$$((P \Rightarrow Q) \Rightarrow P) \Rightarrow P$$

Αν το P είναι αληθές, η πρόταση είναι αληθής. Αν το P είναι ψευδές, τότε το $P \Rightarrow Q$ είναι αληθές. Άρα το $(P \Rightarrow Q) \Rightarrow P$ είναι ψευδές, και ολόκληρη η συνεπαγωγή είναι αληθής. Σε κάθε περίπτωση η πρόταση είναι αληθής, δηλαδή είναι ταυτολογία.

Ο σύνδεσμος *NAND*

Ο σύνδεσμος *NAND*: $P \uparrow Q := \neg(P \wedge Q)$. Όλες οι προτάσεις μπορούν να γραφούν μόνο με το $\uparrow$.

(Άσκηση: επαληθεύστε τα παραπάνω με πίνακες αλήθειας.)

Με n μεταβλητές, ο πίνακας αλήθειας έχει 2^n γραμμές: με 10 μεταβλητές έχει 1024. Γι' αυτό χρειαζόμαστε και αλγεβρικούς νόμους, όχι μόνο πίνακες.

- Καθολικός: «Για κάθε». Συμβολισμός $\forall$.
- Υπαρξιακός: «Υπάρχει». Συμβολισμός $\exists$.

Παραδείγματα προτάσεων με ποσοδείκτες

- p : Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, $x^2 \geq 0$.
- q : Για κάθε μαθητή στην τάξη, η Άλγεβρα είναι το αγαπημένο του μάθημα.
- r : Υπάρχει θετικός ρητός αριθμός του οποίου η ρίζα είναι άρρητη.
- s : Υπάρχει μαθητής στην τάξη που έχει μπλε μάτια.
- $\neg p$: Υπάρχει $x \in \mathbb{R}$ τέτοιος ώστε $x^2 < 0$.
- $\neg q$: Υπάρχει μαθητής στην τάξη του οποίου το αγαπημένο μάθημα δεν είναι η Άλγεβρα.
- $\neg r$: Δεν υπάρχει θετικός ρητός αριθμός του οποίου η ρίζα είναι άρρητη.
- $\neg r$: Για κάθε θετικό ρητό αριθμό x , $\sqrt{x} \in \mathbb{Q}$.
- $\neg s$: Δεν υπάρχει μαθητής στην τάξη με μπλε μάτια.
- $\neg s$: Κάθε μαθητής στην τάξη έχει χρώμα ματιών άλλο από μπλε.

$$\forall x \in \mathbb{Z} \quad \exists y \in \mathbb{Z} : y > x$$

Η παραπάνω πρόταση είναι αληθής. Το y εξαρτάται από το x . Π.χ. αν $x = 2$, μπορούμε να πάρουμε $y = 3$. Αν $x = 4$, δεν μπορούμε να πάρουμε $y = 3$.

Καμιά φορά συμβολίζουμε το y με y_x ή $y(x)$ για να δείξουμε ότι εξαρτάται από το x . Αλλιώς αυτό υποδηλώνεται από τη σειρά των $\forall, \exists$ και την έσχατη από το νόημα (όχι το πιο δεκτό).

Συνδυασμοί ποσοδεικτών (συνέχεια)

$$\forall x \in \mathbb{Z} \quad \exists (-x) \in \mathbb{Z} : x + (-x) = 0$$

Επίσης η παραπάνω πρόταση είναι αληθής.

Η παρακάτω είναι ψευδής:

$$\exists y \in \mathbb{Z} : \forall x \in \mathbb{Z} \quad y > x$$

Αν πάρουμε $x = y + 1$, τότε δεν ισχύει.

Όμως η παρακάτω είναι αληθής:

$$\exists y \in \mathbb{Z} : \forall x \in \mathbb{Z} \quad y + x = x.$$

Αυτό το y είναι (και ορίζει) το $0 \in \mathbb{Z}$.

Επιπλέον παράδειγμα: η σειρά των ποσοδεικτών

Έστω $L(x, y)$: «ο x αγαπά τον y ».

$\forall x \exists y : L(x, y)$ «κάθε άνθρωπος αγαπά κάποιον»

$\exists y \forall x : L(x, y)$ «κάποιος αγαπιέται από όλους»

Οι δύο προτάσεις δεν είναι ισοδύναμες. Η δεύτερη συνεπάγεται την πρώτη, όχι αντίστροφα.

Ένα γνωστό (μη αλγεβρικό) παράδειγμα: ο ορισμός του ορίου

Ο ορισμός του ορίου: $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \ell$ αν και μόνο αν

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 : \forall x \in (c - \delta, c + \delta) \text{ ισχύει } f(x) \in (\ell - \varepsilon, \ell + \varepsilon).$$

Εδώ $\delta = \delta(\varepsilon)$, ισοδύναμα $|x - c| < \delta$ και $|f(x) - \ell| < \varepsilon$.

Επιπλέον παράδειγμα: συνέχεια και ομοιόμορφη συνέχεια

Συνέχεια της $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$\forall x_0 \in \mathbb{R} \ \forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta > 0 \ \forall x \in \mathbb{R} : |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon.$$

Ομοιόμορφη συνέχεια της $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta > 0 \ \forall x_0 \ \forall x \in \mathbb{R} : |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon.$$

Η μόνη διαφορά είναι η θέση του $\forall x_0$.

Η $f(x) = x^2$ είναι συνεχής αλλά όχι ομοιόμορφα συνεχής στο $\mathbb{R}$. Για κάθε $\delta > 0$ και x_0 μεγάλο, $(x_0 + \frac{\delta}{2})^2 - x_0^2 = x_0\delta + \frac{\delta^2}{4}$, που ξεπερνά το 1 για αρκετά μεγάλο x_0 .



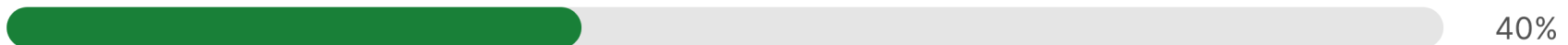
Ποια είναι η άρνηση της πρότασης "Ο αριθμός 2 είναι πρώτος και ο αριθμός 4 δεν είναι πρώτος";

Quiz question 20 answers 20 participants

Ο αριθμός 2 δεν είναι πρώτος και ο αριθμός 4 είναι πρώτος. - 4 answers



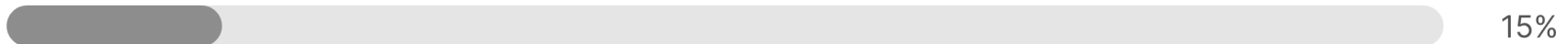
Ο αριθμός 2 δεν είναι πρώτος ή ο αριθμός 4 είναι πρώτος. - 8 answers ✓



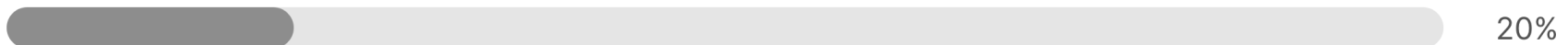
Οι αριθμοί 2 και 4 είναι πρώτοι. - 1 answer



Οι αριθμοί 2 και 4 δεν είναι πρώτοι. - 3 answers



Είτε ο αριθμός 2 δεν είναι πρώτος είτε ο αριθμός 4 είναι πρώτος. - 4 answers





Ποια είναι η άρνηση της πρότασης "Η εξίσωση $\sin(x)=0$ έχει μοναδική λύση στο διάστημα $(-\pi/2, \pi/2)$ ";

Quiz question



21 answers



21 participants

Η εξίσωση $\sin(x)=0$ δεν έχει λύση στο διάστημα $(-\pi/2, \pi/2)$. - 1 answer



5%

Η εξίσωση $\sin(x)=0$ έχει έχει περισσότερες από μια λύσεις στο διάστημα $(-\pi/2, \pi/2)$. - 1 answer



5%

Η εξίσωση $\sin(x)=0$ έχει μοναδική λύση σε ένα διάστημα διαφορετικό από το $(-\pi/2, \pi/2)$. - 0 answers



0%

Η εξίσωση $\sin(x)=0$ είτε δεν έχει λύση στο διάστημα $(-\pi/2, \pi/2)$ είτε έχει περισσότερες από μία λύσεις στο διάστημα $(-\pi/2, \pi/2)$. - 15 answers



71%

Η εξίσωση $\sin(x)=0$ δεν έχει λύση στο διάστημα $(-\pi/2, \pi/2)$ ή έχει ακριβώς δύο λύσεις στο διάστημα $(-\pi/2, \pi/2)$. - 4 answers



19%



Ποια είναι η άρνηση της πρότασης "Αν ισχύει $x^2=9$, τότε ισχύει $x=3$ ή $x=-3$ ";

Quiz question



16 answers



16 participants

Αν ισχύει $x^2=9$, τότε ισχύει $x \neq 3$ και $x \neq -3$. - 6 answers



38%

Ισχύει $x^2=9$ και ισχύει $x \neq 3$ και $x \neq -3$. - 6 answers 



38%

Ισχύει $x^2 \neq 9$ και ισχύει $x=3$ ή $x=-3$. - 3 answers



19%

Αν ισχύει $x^2 \neq 9$ τότε ισχύει $x=3$ ή $x=-3$. - 1 answer



6%



Ποια είναι η άρνηση της πρότασης “Κάθε ακέραιος αριθμός είναι είτε άρτιος είτε περιττός”;

Quiz question



21 answers



21 participants

Κανένας ακέραιος αριθμός δεν είναι άρτιος ή περιττός. - 3 answers



14%

Όλοι οι ακέραιοι αριθμοί είναι και άρτιοι και περιττοί ή όλοι οι ακέραιοι αριθμοί δεν είναι ούτε άρτιοι ούτε περιττοί. - 3 answers



14%

Υπάρχει ακέραιος αριθμός που είναι και άρτιος και περιττός. - 0 answers



0%

Υπάρχει ακέραιος αριθμός που δεν είναι ούτε άρτιος ούτε περιττός. - 4 answers



19%

Είτε υπάρχει ακέραιος αριθμός που δεν είναι ούτε άρτιος ούτε περιττός είτε υπάρχει ακέραιος αριθμός που είναι και άρτιος και περιττός. - 7 answers



33%

Υπάρχει ακέραιος αριθμός που δεν είναι ούτε άρτιος ούτε περιττός ή υπάρχει ακέραιος αριθμός που είναι και άρτιος και περιττός. - 4 answers



19%



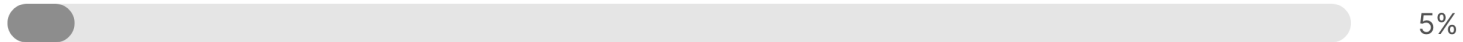
Ποια είναι η άρνηση της πρότασης "Ο μεγαλύτερος φυσικός αριθμός n για τον οποίον ο 2^{n+1} είναι πρώτος είναι ο $n=16$ ";

Quiz question

19 answers

19 participants

Ο μικρότερος φυσικός αριθμός n για τον οποίον ο 2^{n+1} είναι πρώτος είναι ο $n=16$. - 1 answer



Ο μεγαλύτερος φυσικός αριθμός n για τον οποίον ο 2^{n+1} δεν είναι πρώτος είναι ο $n=16$. - 1 answer



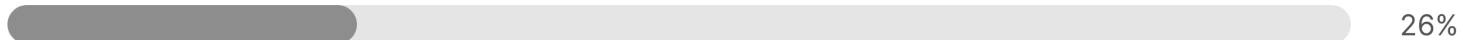
Αν ο 2^{16+1} είναι πρώτος, τότε υπάρχει φυσικός αριθμός n μεγαλύτερος του 16 για τον οποίον ο 2^{n+1} είναι πρώτος. - 12 answers



Ο αριθμός 2^{n+1} δεν είναι πρώτος για n μεγαλύτερο του 15. - 0 answers



Ο 2^{16+1} είναι πρώτος και υπάρχει φυσικός αριθμός n μεγαλύτερος του 16 για τον οποίον ο 2^{n+1} είναι πρώτος. - 5 answers



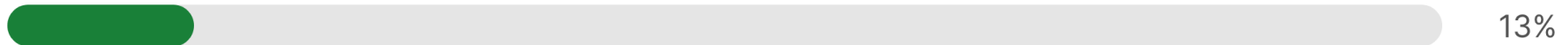
 Χωρίς να αλλάξετε την σημασία της ακόλουθης πρότασης, να τη μετασχηματίσετε στην μορφή "Αν P, τότε Q": "Ένας ακέραιος αριθμός διαιρείται από τον αριθμό α μόνο αν διαιρείται από τον αριθμό β."

Quiz question  15 answers  15 participants

Αν ένας ακέραιος αριθμός διαιρείται με το β, τότε διαιρείται με το α. - 12 answers



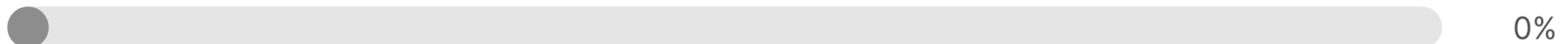
Αν ένας ακέραιος αριθμός διαιρείται με το α, τότε διαιρείται με το β. - 2 answers 



Αν ένας ακέραιος αριθμός δε διαιρείται με το α, τότε διαιρείται με το β. - 1 answer



Αν ένας ακέραιος αριθμός δε διαιρείται με το β, τότε διαιρείται με το α. - 0 answers





Χωρίς να αλλάξετε την σημασία της ακόλουθης πρότασης, να τη μετασχηματίσετε στην μορφή "Αν P, τότε Q": "Το τετράγωνο οποιουδήποτε πραγματικού αριθμού δεν μπορεί να είναι αρνητικό."

Quiz question



19 answers



19 participants

Αν το x είναι πραγματικός αριθμός, τότε το x^2 δεν είναι αρνητικό. - 16 answers 



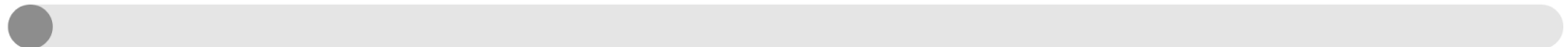
84%

Αν το x είναι πραγματικός αριθμός, τότε το x^2 είναι θετικό. - 1 answer



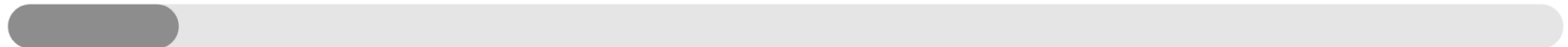
5%

Αν το x^2 είναι θετικό, τότε το x είναι πραγματικός αριθμός. - 0 answers



0%

Αν το x^2 δεν είναι αρνητικό, τότε το x είναι πραγματικός αριθμός. - 2 answers



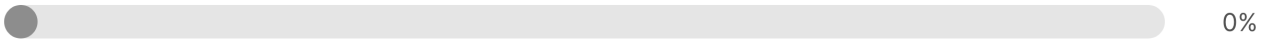
11%



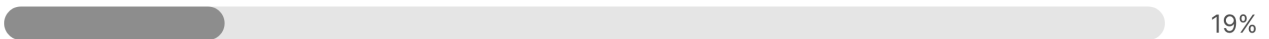
Χωρίς να αλλάξετε την σημασία της ακόλουθης πρότασης, να τη μετασχηματίσετε στην μορφή "Αν P, τότε Q": "Για να είναι ένα πραγματικό πολυώνυμο βαθμού 2 ανάγωγο, αρκεί να μην έχει πραγματικές ρίζες."

Quiz question 16 answers 16 participants

Αν $f(x)$ είναι ένα πραγματικό πολυώνυμο βαθμού 2 ανάγωγο, τότε το $f(x)$ έχει πραγματικές ρίζες. - 0 answers



Αν $f(x)$ είναι ένα πραγματικό πολυώνυμο βαθμού 2 ανάγωγο, τότε το $f(x)$ δεν έχει πραγματικές ρίζες. - 3 answers



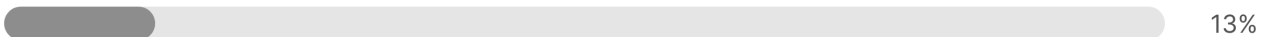
Αν $f(x)$ είναι ένα πραγματικό πολυώνυμο βαθμού 2 χωρίς πραγματικές ρίζες, τότε το $f(x)$ είναι ανάγωγο. - 11 answers



Αν $f(x)$ είναι ένα πραγματικό πολυώνυμο βαθμού 2 χωρίς πραγματικές ρίζες, τότε το $f(x)$ δεν είναι ανάγωγο. - 0 answers



Αν $f(x)$ είναι ένα πραγματικό πολυώνυμο βαθμού 2 με πραγματικές ρίζες, τότε το $f(x)$ δεν είναι ανάγωγο. - 2 answers



Αν $f(x)$ είναι ένα πραγματικό πολυώνυμο βαθμού 2 με πραγματικές ρίζες, τότε το $f(x)$ είναι ανάγωγο. - 0 answers





Χωρίς να αλλάξετε την σημασία της ακόλουθης πρότασης, να τη μετασχηματίσετε στην μορφή "Αν P, τότε Q": "Αφού το πολυώνυμο $f(x)$ διαιρεί το $g(x)$, οι ρίζες του $f(x)$ είναι και ρίζες του $g(x)$."

Quiz question



19 answers



19 participants

Αν το πολυώνυμο $f(x)$ διαιρεί το $g(x)$, τότε κάποιες ρίζες του $g(x)$ είναι και ρίζες του $f(x)$. -

0 answers



0%

Αν το πολυώνυμο $f(x)$ διαιρεί το $g(x)$ τότε οι ρίζες του $f(x)$ είναι και ρίζες του $g(x)$. - 9 answers



47%

Αν οι ρίζες του $f(x)$ είναι και ρίζες του $g(x)$, τότε το πολυώνυμο $f(x)$ διαιρεί το $g(x)$. - 9 answers



47%

Αν οι ρίζες του $g(x)$ δεν είναι και ρίζες του $f(x)$ τότε το πολυώνυμο $f(x)$ δε διαιρεί το $g(x)$. - 1 answer



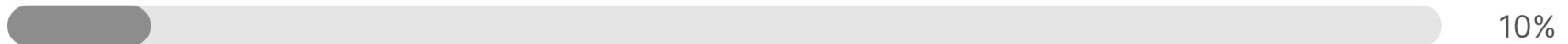
5%



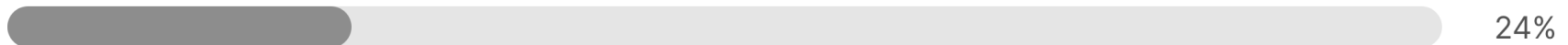
Χωρίς να αλλάξετε την σημασία της ακόλουθης πρότασης, να τη μετασχηματίσετε στην μορφή "Αν P, τότε Q": "Για να είναι μια πραγματική συνάρτηση ολοκληρώσιμη, είναι αναγκαίο να είναι συνεχής."

Quiz question 21 answers 21 participants

Αν μια πραγματική συνάρτηση είναι συνεχής, τότε είναι ολοκληρώσιμη. - 2 answers



Αν μια πραγματική συνάρτηση είναι συνεχής, τότε μπορεί να είναι ολοκληρώσιμη. - 5 answers



Αν μια πραγματική συνάρτηση είναι ολοκληρώσιμη, τότε είναι συνεχής. - 13 answers



Αν μια πραγματική συνάρτηση είναι ολοκληρώσιμη, τότε μπορεί να είναι συνεχής. - 1 answer





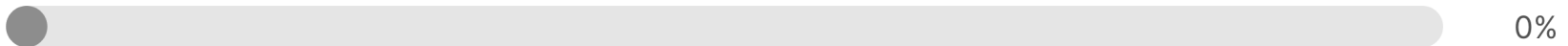
Έστω P και Q δύο τυχαίες προτάσεις. Ποια από τις παρακάτω σύνθετες προτάσεις αποτελεί αντίφαση;

Quiz question 17 answers 17 participants

Είτε ισχύει η P , είτε δεν ισχύει η P . - 0 answers



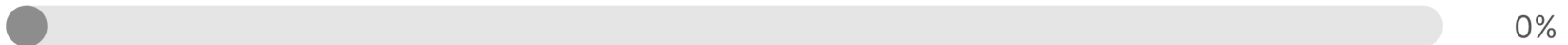
Αν ισχύει η P , τότε ισχύει απαραίτητα η P ή η Q . - 0 answers



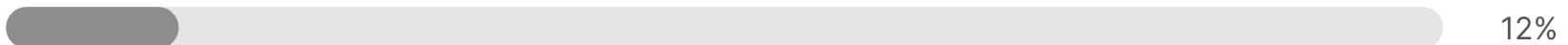
Ισχύει η πρόταση "Αν P τότε Q ", και ταυτόχρονα ισχύει η P αλλά δεν ισχύει η Q . - 15 answers



Δεν ισχύει η P και ταυτόχρονα δεν ισχύει η Q . - 0 answers



Η P ισχύει αν και μόνο αν δεν ισχύει η Q . - 2 answers





Τι είναι ταυτολογία;

Quiz question



21 answers



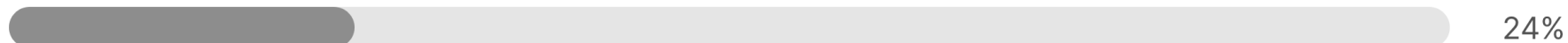
21 participants

Μια πρόταση που λέει το ίδιο πράγμα με την προηγούμενη. - 8 answers



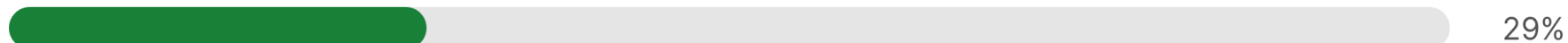
38%

Μια πρόταση που επαναλαμβάνει δύο φορές το ίδιο πράγμα. - 5 answers



24%

Μια πρόταση που είναι πάντα αληθής. - 6 answers



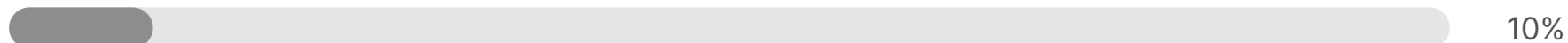
29%

Μια πρόταση που είναι αληθής. - 0 answers



0%

Μια πρόταση που δεν είναι αντίφαση. - 2 answers



10%